Equations et inéquations du premier degré a une ou deux inconnues

1°) Les équations du premier degré a une inconnue.

On appelle équations du premier degré a une inconnue toute équation de la forme : $ax+b=0$ où les coefficients *a*, *b* sont des réels donnés et x est l'inconnue

Résoudre l'équations c'est déterminer l'ensemble de toutes les solutions notées : S

2°) Les inéquations du premier degré a une inconnue.

a) Le signe du binôme $ax+b$ $a\in\mathbb{R}^*$ et $b\in\mathbb{R}$

Résumé : $a\in\mathbb{R}^*$ et $b\in\mathbb{R}$

x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
$ax+b$	signe de $-a$	0	signe de a

b) Solution de l'inéquations du premier degré a une inconnue

Définition : On appelle inéquations du premier degré a une inconnue toute inéquation de la forme : $ax+b\geq 0$ ou $ax+b\leq 0$ ou $ax+b<0$ ou $ax+b>0$ où les coefficients *a*, *b* sont des réels donnés et x est l'inconnue

Résoudre l'inéquations c'est déterminer l'ensemble de toutes les solutions notées : S

3°) Les équations et les inéquations du premier degré avec deux inconnues.

a) On appelle équations du premier degré a deux inconnues toute équation de la forme : $ax+by+c=0$ où les coefficients *a*, *b* et c sont des réels donnés et le couple $(x;y)$ est l'inconnue dans $\mathbb{R}^2$

Résoudre l'équations dans $\mathbb{R}^2$ c'est déterminer l'ensemble S des couples solutions de l'équations

Remarques :

- L'équations $ax+by+c=0$ a une infinité de solutions
- On peut Résoudre l'équations $ax+by+c=0$ graphiquement ou algébriquement

4°) les inéquations du premier degré avec deux inconnues.

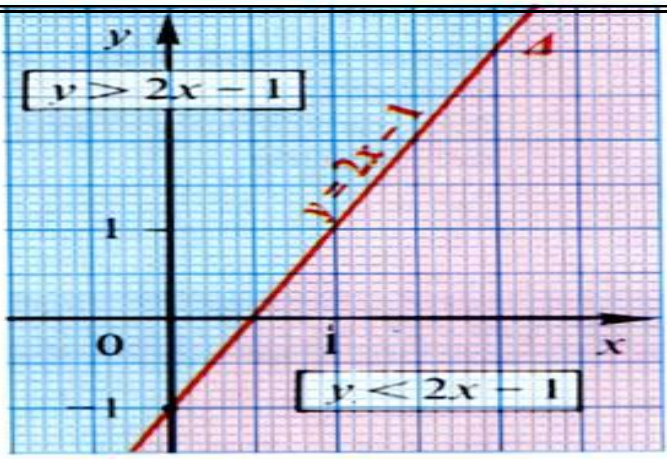
Exemple : résoudre dans $\mathbb{R}^2$ l'inéquation : y -2x + 1 > 0

Solution ; Soit l'équation y -2x + 1 = 0

on trace de la droite d'équation y = 2x -1 .

Cette droite partage le plan en deux demi- plans.

On peut observer sur le graphe ci-contre :



- Tous les points de la zone « bleu » ont les coordonnées qui vérifient y > 2x -1

- Tous les points de la zone « rouge » ont les coordonnées qui vérifient y < 2x -1

Si y -2x + 1 = 0 (1)

Soit un point A (1 ; 4) (choisi au hasard, à la gauche de la droite ") on remplace ces valeurs dans l'équation (1)

Alors : 4 - 2 fois 1 +1 = 1 ; cela signifie que le point A est dans la zone y -2x + 1 > 0

Soit un point B (2 ; 1) (choisi au hasard, à la droite de la droite ") on remplace ces valeurs dans l'équation (1)

Alors : 1 - 2 fois 2 +1 = -3 ; cela signifie que le point B est dans la zone y -2x + 1 < 0

On peut essayer de savoir si le point d'origine O (0 ;0) appartient à la zone « y -2x + 1 > 0 » ou à la zone « y -2x + 1 < 0 » en remplaçant y=0 et x=0 dans l'équation « y -2x + 1 = 0 » ;

Le résultat donne « 1 » ; donc le point O appartient à la zone « y -2x + 1 > 0 »

Donc : les coordonnes (0 ; 0) vérifie l'inéquation.

Donc les solution de l'inéquation y -2x + 1 > 0 est l'ensemble des couple $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du demi- plan (la zone « bleu ») qui contient le point $O(0;0)$ privé de la droite (D)

Remarques : Si la droite passe par l'origine, on 'essaie » un autre point bien choisi.

Si l'inégalité est au sens large, on doit « ajouter » aux points du demi -plan les points de la droite « frontière ».

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien

Résumé de Cours **PROF : ATMANI NAJIB** **Tronc CS**

Les équations et les inéquations du 2iém degré a une inconnue

1) équation du second degré a une inconnue.

Une équation du second degré a une inconnue est une équation de la forme $ax^2+bx+c=0$ où a, b et c sont des réels avec $a\neq 0$.Une solution de cette équation s'appelle une racine du trinôme ax^2+bx+c .

2)Résolution d'une équation du second degré a une inconnue.

a) Les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $x^2=a$ (Dépendent du signe de a)

- Si a < 0, alors l'équation n'a pas de solution.
- Si a = 0, alors l'équation possède une unique solution qui est 0.
- Si a > 0, alors l'équation possède deux solutions qui sont $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$

b) Soit le du trinôme ax^2+bx+c
avec $a\neq 0$.

✓ Le trinôme peut s'écrire sous la forme dite la forme canonique :

$$ax^2+bx+c=a\left[\left(x-\alpha\right)^2+\beta\right]$$

c) soit l'équation $ax^2+bx+c=0$ où a, b et c sont des réels avec $a\neq 0$ et soit $\Delta=b^2-4ac$ son discriminant

- Si $\Delta<0$: L'équation $ax^2+bx+c=0$ n'a pas de solution réelle c a d : $S=\varnothing$

Et on ne peut pas factorisée le trinôme ax^2+bx+c

- Si $\Delta=0$: L'équation $ax^2+bx+c=0$ a une seule solution (dite double) : $x_0=-\frac{b}{2a}$ c a d : $S=\{x_0\}$ et le trinôme ax^2+bx+c a une forme factorisée : $ax^2+bx+c=a\left(x-x_0\right)^2$

- Si $\Delta>0$: L'équation $ax^2+bx+c=0$ a deux solutions distinctes : $x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

c a d : $S=\{x_1;x_2\}$

Et le trinôme ax^2+bx+c a une forme factorisée :

$$ax^2+bx+c=a\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)$$

c) soit le trinôme ax^2+bx+c tel que son discriminant $\Delta>0$ .Si x_1 et x_2 sont les racines du trinôme alors :

$x_1+x_2=\frac{-b}{a}$ et $x_1\times x_2=\frac{c}{a}$

d) le système : $(I)\begin{cases}x+y=s\\ x\times y=p\end{cases}$ où les s , p sont des réels donnés admet une solution dans $\mathbb{R}^2$ ssi $s^2-4p\geq 0$ et dans ce cas x , y sont solutions de l'équation $x^2-sx+p=0$

e) <u>le discriminant réduit d'un trinôme.</u>

Soit le trinôme ax^2+bx+c

Si b est pair c a d $b=2b'$ on parle du discriminant réduit $\Delta'=b'^2-ac$ et on a :

- Si $\Delta'<0$: pas de solution réelle c a d : $S=\varnothing$
- Si $\Delta'=0$: L'équation a une seule solution (dite double) : $x_0=-\frac{b'}{a}$.
- Si $\Delta'>0$: L'équation a deux solutions distinctes : $x_1=\frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}$ et $x_2=\frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}$

3) Inéquation du second degré a une inconnue.

<u>Résumé :</u>

➢ Si $\Delta>0$ le trinôme ax^2+bx+c est du signe de a à l'extérieur des racines et le signe contraire de a entre les racines

x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$
$f(x)$	Signe de a	0	Signe de $-a$	0	Signe de de a

➢ Si $\Delta<0$: le trinôme ax^2+bx+c est du signe de a

x	$-\infty$ $+\infty$
$f(x)$	Signe de a

Si $\Delta=0$: le trinôme ax^2+bx+c est du signe de a

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f(x)$	Signe de a	0	Signe de a

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien

Résumé de Cours **PROF : ATMANI NAJIB** **Tronc CS**

Systèmes : partie 2

1) On appelle système de deux équations du premier degré a deux inconnues toute système de la forme :

$(I)\ \begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ où les coefficients *a, b, c , d* sont des réels donnés et le couple (x,y) est l'inconnue dans $\mathbb{R}^2$

Résoudre le système (I) c'est déterminer l'ensemble S des solutions c a d l'ensemble des couples (x,y) qui vérifient les deux équations: $ax+by=c$ et $a'x+b'y=c'$ simultanément

2) pour Résoudre un système (I) on utilise généralement quatre méthodes :

- Méthode de substitution
- Méthode de combinaison linéaire ou addition
- Méthode des déterminants
- Méthode graphique

a) Méthode de substitution :

Substituer, c'est remplacer par (Mettre à la place de).

Exemple : Dans le système $\begin{cases} x+2y=3 \\ 2x+3y=4 \end{cases}$, on exprime *x* en fonction de *y* dans la première équation et on obtient le système équivalent : $\begin{cases} x=3-2y \\ 2x+3y=4 \end{cases}$.

On remplace ensuite *x* par $3-2y$ dans la seconde équation, ce qui donne le système : $\begin{cases} x=3-2y \\ 2(3-2y)+3y=4 \end{cases}$ SSI

$\begin{cases} x=3-2y \\ -y+6=4 \end{cases}$, soit encore à $\begin{cases} x=3-2y \\ y=2 \end{cases}$

et on remplace *y* par 2 dans la première équation on trouve

$\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ donc :solution donc: $S=\{(-1,2)\}$

b) Méthode de combinaison linéaire ou méthode par addition : Cette méthode consiste à faire apparaître des coefficients opposés pour l'une des inconnues, en multipliant les équations par des facteurs bien choisis. En additionnant membre à membre les deux équations transformées, on obtient une équation à une seule inconnue que l'on peut résoudre.

Exemple : Dans le système $\begin{cases} 2x+3y=7 \\ 3x-2y=4 \end{cases}$, on multiplie les termes de la première équation par 2 et ceux de la seconde par 3 et on obtient le système équivalent : $\begin{cases} 4x+6y=14 \\ 9x-6y=12 \end{cases}$.

On additionne membre à membre les deux équations et on remplace la seconde équation du système par le résultat ; on obtient le système $\begin{cases} 4x+6y=14 \\ 13x=26 \end{cases}$ équivalent : $\begin{cases} 8+6y=14 \\ x=2 \end{cases}$,

soit $\begin{cases} 6y=6 \\ x=2 \end{cases}$ encore ou $\begin{cases} y=1 \\ x=2 \end{cases}$. On en déduit le couple solution : $S=\{(2,1)\}$.

Remarque : Un système peut n'avoir aucune solution ou encore une infinité de solutions.

Soit le système : $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$. Si les coefficients de *x* et de *y* sont proportionnels, c'est-à-dire si $ab'=a'b$, ce système a une infinité de solutions ou pas de

– si de plus $ac'\neq a'c$, alors le système n'a pas de solution ;

– si $ac'=a'c$ (les coefficients des deux équations sont proportionnels), alors le système a une infinité de solutions.

c)Méthode des déterminants

Soit le système de deux équations à deux inconnues suivant

$(I)\ \begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ et $\Delta=\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}=ab'-a'b$ son déterminant

- Si $\Delta\neq 0$ alors le système (I) admet un couple solution unique $x=\dfrac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{\Delta}=\dfrac{cb'-c'b}{\Delta}$ $\quad y=\dfrac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\Delta}=\dfrac{ac'-a'c}{\Delta}$
- Si $\Delta=0$ alors :
  - ✓ Si $\Delta_x=0$ et $\Delta_y=0$ alors :les deux équations $ax+by=c$ et $a'x+b'y=c'$ sont équivalentes et dans ce cas Résoudre le système c'est Résoudre l'une des équations par exemple en choisi : $ax+by=c$ et alors on a : $S=\left\{\left(x;\dfrac{c-ax}{b}\right)/\ x\in\mathbb{R};b\neq 0\right\}$
  - ✓ Si $\Delta_x\neq 0$ ou $\Delta_y\neq 0$ alors le système (I) n'admet aucun couple solutions et donc $S=\varnothing$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
Que l'on devient un mathématicien